6 класс. Комбинаторика – 2

1. У Винни-Пуха есть 50 воздушных шариков, каждый из которых белый, синий или красный. Белых шариков в 11 раз больше чем синих, а красных шариков больше, чем синих, но меньше, чем белых. Сколько у Винни-Пуха красных шариков?

2. В классе 15 мальчиков и 15 девочек. Известно, что средний рост шести любых мальчиков больше среднего роста шести любых девочек. Докажите, что можно выбрать для танца 10 мальчиков и 10 девочек, чтобы они разбились на пары, в которых мальчик выше девочки.

3. Подслово — это набор букв в данном слове, не обязательно стоящих подряд, читаемый слева направо (например “КОРОВА” является подсловом в слове “сКОРОгоВоркА”). Докажите, что любом слове длины 300, составленном только из букв А и Б, можно выделить два непересекающихся одинаковых подслова длины 100.

4. На доске написано 20 ненулевых целых чисел. Оказалось, что для любых двух чисел a, b, где $a < b$, написанных на доске, можно найти написанное на доске число x, для которого $a < -x < b$. Сколько положительных чисел написано на доске?

5. На окружности стоит 128 точек, каждые две точки соединены отрезком. Каждый отрезок покрашен в черный или белый цвет. Докажите, что можно стереть почти всю картинку, оставив только 8 точек и все отрезки между ними так, чтобы ни у какой замкнутой ломаной с вершинами в этих точках черные и белые отрезки не чередовались.

6. В клетках квадрата 100×100 расставлены положительные числа. Известно, что каждое число равно полусумме каких-то двух чисел, соседних с ним по стороне. Какое наибольшее количество различных чисел может быть в этой расстановке?

7. Числа от 1 до 7 (каждое по 2 раза) можно расположить в строчку так, что для каждого k от 1 до 7 между двумя экземплярами числа k в этой строке расположено ровно k других чисел.

$$1\ 5\ 1\ 4\ 6\ 7\ 3\ 5\ 4\ 2\ 3\ 6\ 2\ 7$$

Докажите, что подобным образом расположить числа от 1 до 177 (тоже каждое по 2 раза) не удастся.

V Математический фестиваль “Золотое руно” 5–11 июня 2012 г

6 класс. Комбинаторика – 2

1. У Винни-Пуха есть 50 воздушных шариков, каждый из которых белый, синий или красный. Белых шариков в 11 раз больше чем синих, а красных шариков больше, чем синих, но меньше, чем белых. Сколько у Винни-Пуха красных шариков?

2. В классе 15 мальчиков и 15 девочек. Известно, что средний рост шести любых мальчиков больше среднего роста шести любых девочек. Докажите, что можно выбрать для танца 10 мальчиков и 10 девочек, чтобы они разбились на пары, в которых мальчик выше девочки.

3. Подслово — это набор букв в данном слове, не обязательно стоящих подряд, читаемый слева направо (например “КОРОВА” является подсловом в слове “сКОРОгоВоркА”). Докажите, что любом слове длины 300, составленном только из букв А и Б, можно выделить два непересекающихся одинаковых подслова длины 100.

4. На доске написано 20 ненулевых целых чисел. Оказалось, что для любых двух чисел a, b, где $a < b$, написанных на доске, можно найти написанное на доске число x, для которого $a < -x < b$. Сколько положительных чисел написано на доске?

5. На окружности стоит 128 точек, каждые две точки соединены отрезком. Каждый отрезок покрашен в черный или белый цвет. Докажите, что можно стереть почти всю картинку, оставив только 8 точек и все отрезки между ними так, чтобы ни у какой замкнутой ломаной с вершинами в этих точках черные и белые отрезки не чередовались.

6. В клетках квадрата 100×100 расставлены положительные числа. Известно, что каждое число равно полусумме каких-то двух чисел, соседних с ним по стороне. Какое наибольшее количество различных чисел может быть в этой расстановке?

7. Числа от 1 до 7 (каждое по 2 раза) можно расположить в строчку так, что для каждого k от 1 до 7 между двумя экземплярами числа k в этой строке расположено ровно k других чисел.

$$1\ 5\ 1\ 4\ 6\ 7\ 3\ 5\ 4\ 2\ 3\ 6\ 2\ 7$$

Докажите, что подобным образом расположить числа от 1 до 177 (тоже каждое по 2 раза) не удастся.